

# 令和5年度 一般入試（前期日程）

## 数 学 (90分)

### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は、表紙を含めて6ページあります。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・汚れ、ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせてください。
- 4 解答用冊子の定められた欄に**氏名及び受験番号**を、**監督員の指示に従って記入してください。**
- 5 解答は、解答用冊子の定められたところに記入してください。
- 6 途中の計算過程及び考え方も記入してください。
- 7 色付きの紙1枚は下書き用紙です。
- 8 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

第1問 以下の各問いに答えなさい。

(1)  $x^2 - (4y - 1)^2$  を因数分解しなさい。

(2) 次の等式を満たす実数  $a, b$  の値を求めなさい。ただし、 $i$  は虚数単位とする。

$$(1 + 2i)a + (9 + 2i)b = 12 + 8i$$

(3) 次の関係が成立するとき、 $n$  の値を求めなさい。ただし、左辺は8進数、右辺は  $n$  進数で表された数である。

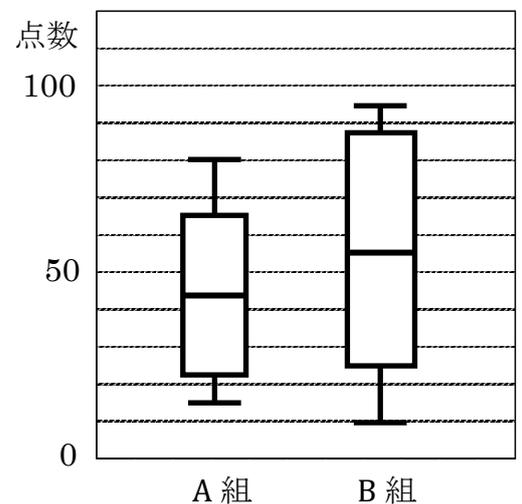
$$102_{(8)} = 231_{(n)}$$

(4) 50 以下の自然数について考える。3 で割って余りが 2 となる数の集合を  $A$ 、5 で割って余りが 1 となる数の集合を  $B$  とする。このとき、 $A \cap B$  を求めなさい。

(5) ある高校の3年生の2つのクラスA組とB組（生徒数はそれぞれ30人）で数学の試験を100点満点で実施した結果、箱ひげ図が下図のようになった。このとき、以下の問いに答えなさい。

(a) A組で最も高い得点を答えなさい。

(b) 半数以上の生徒が50点以上の成績となった組を理由とともに答えなさい。



第2問 以下の各問いに答えなさい。

- (1) 次の不等式を計算しなさい。

$$|x + 1| \leq 5$$

- (2)  $\cos 15^\circ \sin 75^\circ$  の値を求めなさい。

- (3) 円  $O$  に内接する三角形  $ABC$  があり、円周上の点  $A$  における接線と線分  $BC$  の延長が交わる点を  $P$  とする。 $BC = CP = \sqrt{2}$  のとき、線分  $AP$  の長さを求めなさい。

- (4)  $0 \leq \theta \leq \pi$  のとき、関数  $y = 2 \cos^2 \theta - 2 \cos \theta + 1$  の最大値を求めなさい。また、そのときの  $\theta$  の値を求めなさい。

- (5) 実数  $x, y, z$  について、2つの式  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1, 2^x = 3^y = z$  が成り立つとき、 $z$  の値を求めなさい。ただし、 $x \neq 0, y \neq 0$  とする。

第3問 2次関数  $f(x) = 3x^2 + 6x + k$  ( $k$  は定数) について、  
以下の各問いに答えなさい。

- (1) 放物線  $y = f(x)$  の頂点と軸を求めなさい。
- (2) 放物線  $y = f(x)$  が  $x$  軸と一つだけ共有点を持つとき、 $k$  の値を求めなさい。
- (3) 放物線  $y = f(x)$  を  $x$  軸方向に 1,  $y$  軸方向に  $3 - k$  だけ平行移動したときの放物線の方程式を求めなさい。
- (4) 放物線  $y = f(x)$  上の  $x = 1$  の点における接線が原点を通るときの  $k$  の値を求めなさい。
- (5)  $k = -9$  のとき、 $x$  軸と放物線  $y = f(x)$  で囲まれた部分の面積を求めなさい。

第4問 横1列に並んだマス目に3色のコマを置いていくことを考える。マスには左から順に1番から6番まで番号がついている。1つのマスにはコマを1つだけ置くことができる。コマの色は白、黒、赤のいずれかである。連続した番号のマスにコマが2つ置かれているとき、この2つは隣接しているという。  
このとき、以下の各問いに答えなさい。

- (1) 1番から3番までのマス目に、白、黒、赤のコマを1つずつ、計3つを置くときのコマの並べ方は全部で何通りあるか求めなさい。
- (2) 1番から5番までのマス目に、白、黒、赤のコマを1つずつ、計3つを置くときのコマの並べ方は全部で何通りあるか求めなさい。
- (3) 1番から6番までのマス目に、白のコマを2つと黒、赤のコマを1つずつ、計4つのコマを置くとき、白のコマを隣接して置く並べ方は全部で何通りあるか求めなさい。
- (4) 1番と2番のマスにそれぞれコマを置く。1つのマスにコマを置くときにそれぞれの色のコマが選ばれる確率は、白が  $\frac{1}{2}$ 、黒が  $\frac{1}{4}$ 、赤が  $\frac{1}{4}$  である。  
置いた2つのコマが同じ色である確率を求めなさい。
- (5) 1番から6番までのマス目に2つのコマを置く。コマを置く場所の選び方は、空いているマスすべてについて同じ確率であるとする。コマの色が選ばれる確率が(4)と同じであるとき、同じ色のコマが隣接している確率を求めなさい。

第5問 座標平面上の円  $O$  を  $x^2 + y^2 = 25$  とし、直線  $l$  を  $y = kx + 10$  ( $k$  は定数) とする。

このとき、以下の各問いに答えなさい。

- (1) 円  $O$  と直線  $l$  が 2 点で交わるとき、 $k$  の値の範囲を求めなさい。
- (2) 点  $(0, 10)$  を通る円  $O$  の接線を求めなさい。
- (3) 円  $O$  上の 2 点  $A, B$  の座標が、それぞれ  $A(-5, 0)$ ,  $B(c, d)$  であり、線分  $AB$  の長さが  $2\sqrt{5}$  であるとき、 $B$  の座標を求めなさい。  
ただし、 $d > 0$  とする。
- (4) (3) の 2 点  $A, B$  と円  $O$  上の点  $P$  をとり、 $\angle APB = \theta$  ( $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ) とするとき、 $\sin \theta$  の値を求めなさい。
- (5) (4) の 3 点  $A, B, P$  について、 $\triangle PAB$  の面積が 20 であるとき、点  $P$  の座標を求めなさい。