氏名		受験番号						

令和5年度一般入試(前期日程)

数　学

(90分)

解　答　例

注　意

1. この解答用冊子は，表紙を含めて6ページあります。
2. 試験中に解答用冊子の印刷不鮮明・汚れ，ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に知らせてください。
3. 解答用冊子の定められた欄に，氏名と受験番号を記入してください。
4. 解答は，解答用冊子の定められたところに記入してください。
5. 途中の計算過程及び考え方も記入してください。
6. 解答用冊子の※印欄には，何も記入しないでください。

問題	第１問	第２問	第３問	第４問	第５問	合計
※						

【出題意図】

出題範囲である数学 I，数学A，数学 IIの各科目に関して、計算能力、数学的知識についての理解の度合い、論理に基づく数学的論述能力を測るために，各分野から幅広く問題を出題した。

受験番号						

第１問

（１）

$x^2-(4y-1)^2 \ = \ \underline{(x-4y+1)(x+4y-1)}$

（２）

$(1+2i)a+(9+2i)b=(a+9b)+(2a+2b)i=12+8i$ より

$a+9b=12,\ \ 2a+2b=8$

$\underline{a=3,\ b=1}$

（３）

$102_{(8)}=1\times 8^2+2\times 8^0=66,$
$2\times n^2+3\times n^1+1\times n^0=66$
$2n^2+3n+1-66=0$ より $(2n+13)(n-5)=0$
となり，n は整数なので，$\underline{n=5}$

（４）

最小の共通要素は 11 である。
3 と 5 の最小公倍数は 15 なので，次の要素は $11+15=26$。
その次の要素 41 は含まれるが，その次の要素は $41+15=56>50$ なので含まれない。

よって　　$A\cap B \ = \ \underline{\{11,26,41\}}$

（５）

(a)　80 点

(b)　答：　B 組

理由：　箱ひげ図から，B 組の中央値が 50 点以上になっているから

※	

受験番号						

第２問

（１）

$-5 \leqq x+1 \leqq 5$　より　$\underline{-6 \leqq x \leqq 4}$

（２）

$$\cos 15^\circ \sin 75^\circ = \frac{1}{2}\{\sin(75^\circ + 15^\circ) + \sin(75^\circ - 15^\circ)\}$$
$$= \frac{1}{2}(\sin 90^\circ + \sin 60^\circ)$$
$$= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \underline{\frac{1}{4}\left(2+\sqrt{3}\right)}$$

（３）

方べきの定理より　$AP^2 = BP \cdot CP = (BC + CP) \cdot CP$　なので，　$\underline{AP = 2}$

（４）

$$y = 2\cos^2\theta - 2\cos\theta + 1 = 2\left(\cos\theta - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

$0 \leqq \theta \leqq \pi$　のとき，$-1 \leqq \cos\theta \leqq 1$　である。

$\theta = 0, \cos\theta = 1$　のとき　$y = 1$,　　$\theta = \pi, \cos\theta = -1$　のとき　$y = 5$,

$\underline{\theta = \pi \text{ のとき，最大値 } 5}$

（５）

$2^x = 3^y = z$　より $x\log_z 2 = y\log_z 3 = \log_z z = 1$

よって　$\frac{1}{x} = \log_z 2, \frac{1}{y} = \log_z 3$,

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$　より　$\log_z 2 + \log_z 3 = \log_z 6 = 1$ となるので　$\underline{z = 6}$

※	

受験番号						

第３問

（１）

$y=3x^2+6x+k=3(x+1)^2+(k-3)$ より， 頂点が 点$(-1, k-3)$，軸が直線 $x=-1$

（２）

方程式 $f(x)=0$ の判別式 $D=6^2-4\cdot 3\cdot k=36-12k=0$　となればよい。

これを解いて，　$k=3$

（３）

⑴ より，放物線を平行移動させると頂点が原点になることがわかるので，

$y=3x^2$

（４）

$f'(1)=12$，$f(1)=9+k$ より，放物線 $y=f(x)$ の $x=1$ の点における接線の方程式は

$y=12x+k-3$ で，これが原点を通るので　$k-3=0$

よって $k=3$

（５）

$k=-9$　のとき $f(x)=3x^2+6x-9=3(x+3)(x-1)$ より，

放物線 $y=f(x)$ は $x=-3, x=1$ で x 軸と交わる。

$$\int_{-3}^{1}\left(0-f(x)\right)dx=\left[-x^3-3x^2+9x\right]_{-3}^{1}=32$$

※	

受験番号						

第４問

（１）

3 種類を順番に並べたときの順列なので，　$\underline{3! = 6}$

（２）

コマを置かない 2 か所を選び，残り 3 か所に 3 色のコマを置くと考えると

${}_5C_2 \cdot 3! = 10 \cdot 6 = \underline{60}$

（３）

隣接する白の コマ2 つをまとめて 1 つと考えると， 3 つのコマと 2 か所の空きマスを配置する順列を考えることとなる。このとき，マスの 2 か所は区別しないで同じとみなす。

$5! \cdot \frac{1}{2} = \underline{60}$

（４）

同色のコマが 2 つ連続して選ばれる確率は $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \underline{\frac{3}{8}}$

（５）

6 か所中の 2 か所の置き方は ${}_6C_2 \cdot 2! = 30$ 通り。

6 か所中の 2 つが隣接する置き方は $5 \cdot 2! = 10$ 通り。よって 2 つが隣接する確率は $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

同色のコマが 2 つ連続して選ばれる確率は （４）より $\frac{3}{8}$

よって，求める確率は $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} = \underline{\frac{1}{8}}$

※	

受験番号						

第５問

（１）

$x^2+(kx+10)^2=25$ より$\left(k^2+1\right)x^2+20kx+75=0$

判別式 D が $\frac{D}{4}=25k^2-75>0$ を満たす k を求めると，

$k^2-3>0$ より， $\underline{k<-\sqrt{3},\ k>\sqrt{3}}$

（２）

$k=\pm\sqrt{3}$ のときに円 O と直線 l が接するので，

求める接線は $\underline{y=\pm\sqrt{3}x+10}$

（３）

B は円上の点なので， $c^2+d^2=25$

また，$\mathrm{AB}^2=(c+5)^2+d^2=\left(2\sqrt{5}\right)^2=20$ より， $c^2+d^2+10c+5=0$

$\therefore\ c=-3$ このとき $d^2=25-(-3)^2=16$ より $d=\pm4$

条件より$d>0$ なのでBの座標は $\underline{(-3,4)}$

（４）

正弦定理より，$\frac{2\sqrt{5}}{\sin\theta}=10$ よって $\sin\theta=\underline{\frac{\sqrt{5}}{5}}$

（５）

P の座標を$\mathrm{P}(a,b)$，△PABの面積を S とおくと，

$S=\frac{1}{2}\cdot\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}\cdot\sin\theta=\frac{1}{2\sqrt{5}}\cdot\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}=20$ なので，$\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}=40\sqrt{5}$ 。 $a^2+b^2=25$ より

$\mathrm{PA}^2=(a+5)^2+b^2=10a+50,\mathrm{PB}^2=(a+3)^2+(b-4)^2=6a-8b+50$

余弦定理より$20=10a+50+6a-8b+50-2\cdot40\sqrt{5}\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}$なので，$b=2a-10$

よって $a^2+(2a-10)^2=25$ となり$a=3,5$

したがって $\underline{\mathrm{P}(3,-4),\ \mathrm{P}(5,0)}$

※	