

氏名		受験番号							
----	--	------	--	--	--	--	--	--	--

令和5年度 学校推薦型選抜

適性検査

解答例

(90分)

注意

- この解答用冊子は、表紙を含めて7ページあります。
- 試験中に解答用冊子の印刷不鮮明・汚れ、ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせなさい。
- 解答用冊子の定められた欄に、氏名と受験番号を記入しなさい。
- 解答は、解答用冊子の定められたところに記入しなさい。
- 途中の計算および考え方も記入しなさい。
- 解答用冊子の※印欄には、何も記入しないこと。

問題	第1問	第2問	第3問	第4問	第5問	合計
※						

【出題意図】

大学における学修に適うかどうかの適性を、文章、図形、数式などの理解力、および、数学的、論理的な思考力から判断する問題を出題する。

受験 番号						
----------	--	--	--	--	--	--

第1問

$$(1) \quad \frac{7}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{7(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})} = \frac{7\sqrt{5}+7\sqrt{2}}{5-2} = \underline{\underline{\frac{7\sqrt{5}+7\sqrt{2}}{3}}}$$

$$(2) \quad \begin{aligned} & a^2 + ab + a + 2b - 2 \\ &= ab + 2b + a^2 + a - 2 \\ &= (a+2)b + (a^2 + a - 2) \\ &= (a+2)b + (a+2)(a-1) \\ &= \underline{\underline{(a+2)(a+b-1)}} \end{aligned}$$

(3) 不等式を解くと $\frac{13}{3} \leq x \leq 9$ となり、これを満たす整数は 5, 6, 7, 8, 9

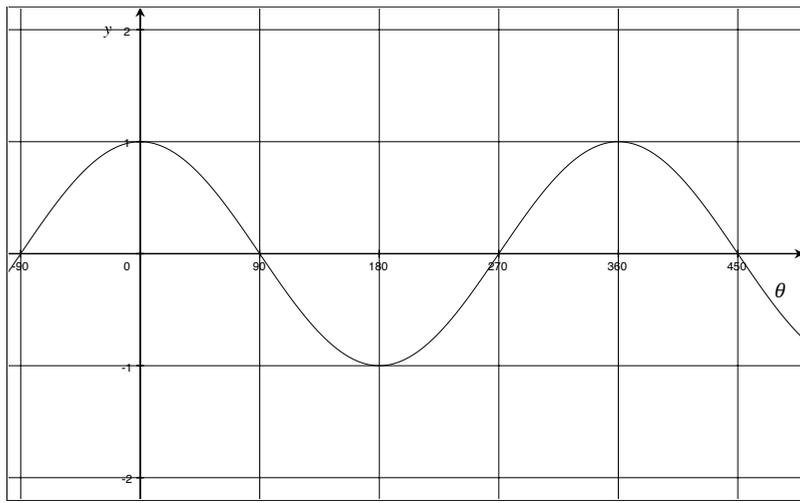
(4) $P(x)$ を $(x-1)(x-3)$ で割った商と余りを $Q(x)$ と $ax+b$ とすると、 $P(x) = (x-1)(x-3)Q(x) + ax+b$ と表せる。条件より $P(1) = 5$, $P(3) = 9$ なので、
 $\begin{cases} a+b=5 \\ 3a+b=9 \end{cases}$ が成り立つ。
 2つの方程式を解くと、 $a=2$, $b=3$ となり、余りは $2x+3$

(5) $\log_{16} 2048 = \log_2 2048 / \log_2 16$ とすると、 $\log_2 16 = 4$, $\log_2 2048 = 11$ なので、
 $11/4$ より大きい最小の整数は 3

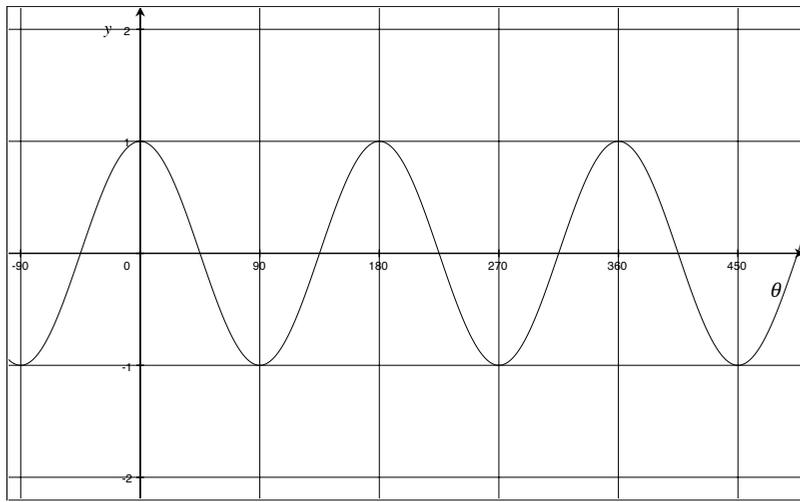
--	--	--	--	--	--

第2問

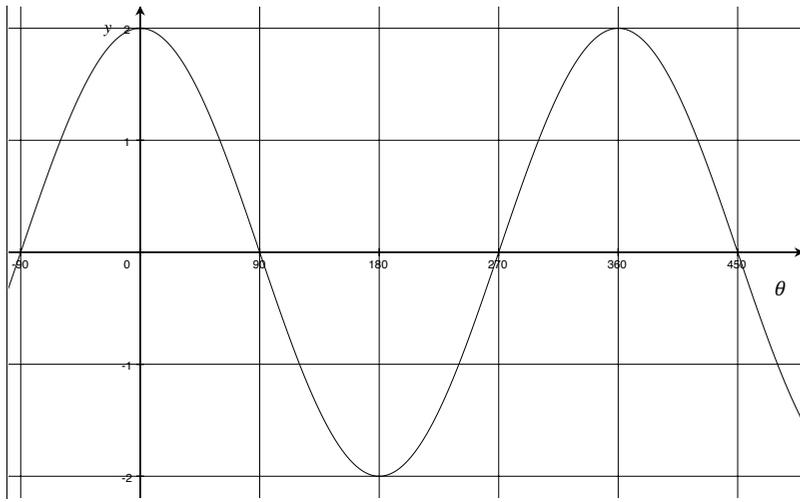
(1) (i)



(ii)



(iii)



(2) 与えられた値をそれぞれ 10 進数で表す。

$$2643_{(8)} = 2 \cdot 8^3 + 6 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = 1443$$

$$100011_{(2)} = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 35$$

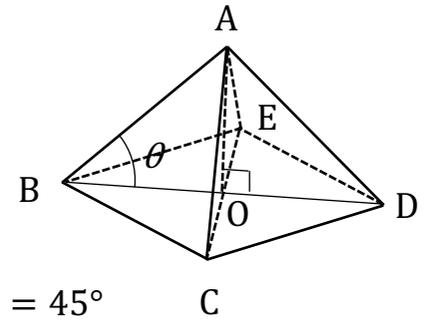
以上より, $1443 - 35 = \underline{1408}$

受験番号						
------	--	--	--	--	--	--

- (3) 辺 AB は四角形 BCDE と点 B で交わる
 対角線 BD と対角線 CE の交点を O とすると
 $AO \perp BD$, $AO \perp CE$

$$AB = 1, BO = \frac{1}{2}BD = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ より, } AO = \sqrt{1^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

よって, $AO = BO$, また, $\angle AOB = 90^\circ$ なので, $\theta = \angle ABO = 45^\circ$



$$\therefore \cos \theta = \frac{BO}{AB} = \frac{\sqrt{2}/2}{1} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{2}}{2}}}$$

- (4) $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 5$ とすると, $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$
 $x = 1$ のとき極小値 1 をとるので, $f(1) = 1, f'(1) = 0$
 $f(1) = a + b + 6 = 1$ より, $a + b = -5$
 $f'(1) = 3 + 2a + b = 0$ より, $2a + b = -3$
 2つの式を解いて, $\underline{a = 2}, \underline{b = -7}$

- (5) NTUT と REES の各文字をそれぞれ ○ と × としたときの並びの数は
 ${}_8C_4 = 70$ 通り,
 NTUT は 1 通りで, REES の並びの数は $4!/2 = 12$ 通り。
 よって, $70 \times 12 = \underline{\underline{840}}$ 通り

受験 番号						
----------	--	--	--	--	--	--

第3問

- (1) B(1, 1)
D(-1, 1)

- (2) 点 A(1, 7) と点 D(-1, 1) を通るので、この直線を $y = ax + b$ とすると、

$$\begin{cases} 7 = a + b \\ 1 = -a + b \end{cases}$$
2つの式を解くと、 $a = 3$ 、 $b = 4$ 、
よって、 $y = 3x + 4$

- (3) 放物線と(2)で求めた直線の交点を求めると、
 $x^2 = 3x + 4$
 $x^2 - 3x - 4 = 0$
 $(x - 4)(x + 1) = 0$
 $x = 4$ 、 $x = -1$
点 D の x 座標が -1 であるので、E(4, 16)

- (4) 線分 DE の中点と点 B を結ぶ直線が直線 l であるので、線分 DE の中点は

$$\left(\frac{4 + (-1)}{2}, \frac{16 + 1}{2} \right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{17}{2} \right)$$

この中点と点 B (1, 1) を通る直線の式から傾きを求める。

この直線を $y = mx + n$ とすると、

$$\begin{cases} \frac{17}{2} = \frac{3}{2}m + n \\ 1 = m + n \end{cases}$$

2つの式を解いて、 $m = \underline{15}$

- (5) 放物線と直線 DE の交点は点 D(-1, 1) と点 E(4, 16) であるから、

$$\text{面積 } S = \int_{-1}^4 \{(3x + 4) - x^2\} dx = \int_{-1}^4 \{-x^2 + 3x + 4\} dx$$

$$= \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 4x \right]_{-1}^4 = \left(-\frac{64}{3} + \frac{48}{2} + 16 \right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{2} - 4 \right) = \underline{\underline{\frac{125}{6}}}$$

受験 番号						
----------	--	--	--	--	--	--

第4問

- (1) 茨城県出身であるという事象を A , 納豆を毎朝食べるという事象を B とする。

$$n(A) = 12, n(B) = 20, n(\overline{A \cup B}) = 7, n(U) = 30,$$

$$n(A \cup B) = 30 - 7 = \underline{23}$$

- (2) 茨城県出身かつ納豆を毎朝食べる人の集合は $A \cap B$ で表せるので,

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$

$$= 12 + 20 - 23 = 9$$

$$\text{よって, } P(A \cap B) = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$$

- (3) 事象 B が起こったときに事象 A が生じる条件付き確率を求めることになるので,

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{9}{30} \div \frac{20}{30} = \frac{9}{20}$$

- (4) 過去3年の間にあんこう鍋を食べたという事象を C とする。

$$P_A(C) = \frac{6}{100}, P_{\bar{A}}(C) = \frac{2}{100}$$

$$P(C) = P(A \cap C) + P(\bar{A} \cap C) = P(A)P_A(C) + P(\bar{A})P_{\bar{A}}(C)$$

$$= \frac{2}{5} \times \frac{6}{100} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{100} = \frac{12 + 6}{500} = \frac{18}{500}$$

このクラスの人気は30名のため,

$$\frac{18}{500} \times 30 = \frac{54}{50} (= 1.08) \text{ となり, } \underline{\text{約1名}} \left(\frac{54}{50} (= 1.08) \right) \text{ と推測できる。}$$

- (5) 事象 C が起こったときに事象 A が生じる条件付き確率を求めることになるので,

$$P_C(A) = \frac{P(C \cap A)}{P(C)} = \frac{12}{500} \div \frac{18}{500} = \frac{2}{3}$$

受験番号							
------	--	--	--	--	--	--	--

第5問

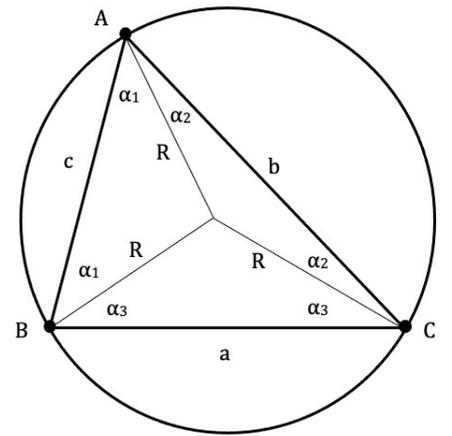
(1) 円の半径を R とすると, $\angle C$ は 45° なので, 正弦定理より, $2R = 3\sqrt{2}/\sin 45^\circ$
 よって, 半径は $R = \underline{3}$

(2) 加法定理より, $\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

(3) 正弦定理より, $BC = 2R \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}$
 点 A から BC に引いた垂線の長さ h は, $h = 3\sqrt{2} \sin 75^\circ$
 三角形の面積 S は,

$$S = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} \sin 75^\circ = \frac{9(3 + \sqrt{3})}{4}$$

(4) 円の中心から三角形の各頂点へ線を引くと,
 2 辺の長さが R の二等辺三角形が 3 つ得られる。
 それらの底角は, $\alpha_1 + \alpha_2 = 60^\circ$, $\alpha_1 + \alpha_3 = 75^\circ$, $\alpha_2 + \alpha_3 = 45^\circ$
 の関係があるので, $\alpha_1 = 45^\circ$, $\alpha_2 = 15^\circ$, $\alpha_3 = 30^\circ$



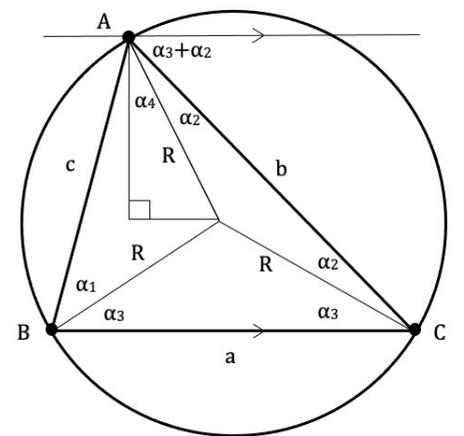
円の中心の x, y 座標は, 点 A の座標が $(-\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$ なので,

$(\alpha_3 + \alpha_2) + \alpha_2 + \alpha_4 = 2\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 90^\circ$ より, $\alpha_4 = 30^\circ$

より, x 座標は, $-\frac{3}{2} + R \sin 30^\circ = 0$

y 座標は, $\frac{3\sqrt{3}}{2} - R \cos 30^\circ = 0$

以上より, 円の方程式は, $\underline{x^2 + y^2 = 9}$



(5) 円上の点を $Q(s, t)$ とすると, $s^2 + t^2 = 9$
 $\triangle DEQ$ の重心 $P(x, y)$ は, $x = (6 + 3 + s)/3$, $y = (0 + 3 + t)/3$ より,
 $s = 3x - 9$, $t = 3y - 3$ となる。

これを上式に代入すると, $(3x - 9)^2 + (3y - 3)^2 = 9$ となり, 重心 P の軌跡を表す
 方程式 $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 1$ が得られる。

よって, 軌跡となる円の半径は $\underline{1}$