

令和 6 年度 一般入試（前期日程）

数 学

（ 9 0 分）

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は、表紙を含めて 6 ページあります。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・汚れ、ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせてください。
- 4 解答用冊子の定められた欄に**氏名及び受験番号を、監督員の指示に従って記入してください。**
- 5 解答は、解答用冊子の定められたところに記入してください。
- 6 途中の計算過程及び考え方も記入してください。
- 7 色付きの紙 1 枚は下書き用紙です。
- 8 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

第1問 以下の各問いに答えなさい。

(1) 次の式を因数分解しなさい。

$$(x^2 - 4x + 4)(x^2 - 4x - 6) + 9$$

(2) 次の式を計算しなさい。

$$\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{4}} - \frac{1}{\sqrt{4} - \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

(3) 2次関数 $y = x^2 - 4x$ ($1 \leq x \leq 4$) の最大値と最小値を求めなさい。

(4) 生徒が 16 人いるクラスで、5 点満点の小テストを行った結果、以下の表のようになった。また、第 1 四分位数が 1.5 点、中央値が 3 点、最頻値が 4 点となっている。このとき a 、 b 、 c の人数を求めなさい。

点数	0	1	2	3	4	5	計
人数	1	a	3	b	c	3	16

(5) 10進数で表される数 298 を n 進法で表すと $604_{(n)}$ となるとき、 n の値を求めなさい。

第2問 以下の各問いに答えなさい。

- (1) 次の式を満たす実数 a, b の値を求めなさい。ただし、 i は虚数単位とする。

$$\frac{3-i}{1+3i} + \frac{3+i}{1-3i} = a + bi$$

- (2) 整式 $P(x) = ax^3 + bx^2 + 2x - 8$ が $x+2$ で割り切れ、 $x-2$ で割ると余りが -8 となる係数 a, b の値を求めなさい。

- (3) 等式 $2\log_2 x = 3\log_8(3-2x)$ を満たす x の値を求めなさい。

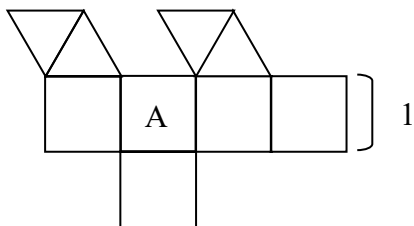
- (4) 次の3次方程式の異なる実数解の個数を求めなさい。ただし、 a は実数とする。

$$x^3 - 6ax^2 = 0$$

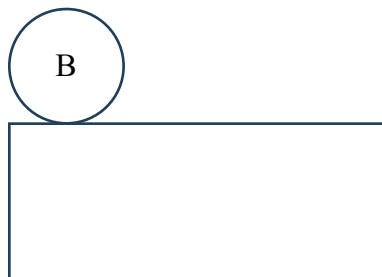
- (5) 下の展開図1を組み立てて立体Vを作る。ただし、一辺の長さはすべて1とする。これとは別に、展開図2を組み立てて円柱形の立体Wを作る。立体Wの側面には隙間はないものとする。

水平な地面にAの面が接するように立体Vを置き、その上から立体Wを、Bの面が地面に水平になるようにかぶせる。このとき、Bの面の最小の直径を求めなさい。

展開図1:立体V



展開図2:立体W



第3問 放物線 $y = x^2$ 上に、2点 $A(-2, 4)$, $B(3, 9)$ がある。このとき、以下の各問に答えなさい。

- (1) 放物線 $y = x^2$ を平行移動したもので、グラフの頂点が点 $(-1, 2)$ である2次関数を求めなさい。
- (2) 線分 AB の中点の座標を求めなさい。
- (3) 線分 AB と直交し、点 B を通る直線の方程式を求めなさい。
- (4) 放物線 $y = x^2$ と x 軸、および2直線 $x = -2$, $x = 3$ で囲まれる図形の面積を求めなさい。
- (5) 点 $(4, 0)$ を中心とし、放物線 $y = x^2$ に接する円の方程式を求めなさい。
ただし、放物線と円の接点を通る接線の傾きを4とする。

第4問 30 以下のすべての素数が書かれたカードが 1 組ある。各カードにはそれぞれ異なる数字が 1 つだけ書かれているものとする。このとき、以下の各問いに答えなさい。

- (1) カードに書かれた素数をすべて書きだしなさい。
- (2) すべてのカードの中から 1 枚を引くとき、そのカードに書かれた数字が 10 を超える確率を答えなさい。
- (3) すべてのカードの中から 2 枚を同時に引くとき、それらのカードに書かれた数字の和が 10 未満となる組み合わせは何組あるか答えなさい。
- (4) すべてのカードの中から 2 枚を同時に引くとき、それらのカードに書かれた数字の和が 10 未満とならない確率を求めなさい。
- (5) すべてのカードの中から 7 枚を横一列に並べるとき、一番左が 2、一番右が 29 と書かれたカードになる並べ方は何通りあるか答えなさい。

第5問 座標平面上に3点 A , B , C があり, B , C の座標を $B(-4,0)$, $C(4,0)$ とし, $CA = 4\sqrt{6}$, $\angle BAC = 45^\circ$, $\angle ABC$ は鋭角とする。また, 線分 BC を直径とする円を O とする。以下の各問いに答えなさい。

(1) $\angle ABC$ の大きさを求めなさい。

(2) $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

(3) 円 O 上の点 P における接線と x 軸との交点を D とし, $\angle CPD = \theta$ とするとき, $\angle PDC$ を θ を用いて表しなさい。ただし, 点 P は第4象限にあるものとする。

(4) 円 O 上の点 $Q(2\sqrt{3}, -2)$ における接線の方程式を求めなさい。

(5) 円 O と, (4) で求めた接線と, x 軸とで囲まれた領域を表す連立不等式を求めなさい。ただし, 境界は含むものとする。