氏名		受験番号						

令和6年度一般入試(前期日程)

数　学

(90分)

解　答　例

注　意

1．この解答用冊子は，表紙を含めて6ページあります。
2．試験中に解答用冊子の印刷不鮮明・汚れ，ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に知らせてください。
3．解答用冊子の定められた欄に，氏名と受験番号を記入してください。
4．解答は，解答用冊子の定められたところに記入してください。
5．途中の計算過程及び考え方も記入してください。
6．解答用冊子の※印欄には，何も記入しないでください。

問題	第１問	第２問	第３問	第４問	第５問	合計
※						

【出題意図】

出題範囲である数学 I，数学 A，数学 II の各科目に関して、計算能力、数学的知識についての理解の度合い、論理に基づく数学的論述能力を測るために，各分野から幅広く問題を出題した。

受験番号						

第１問

（１）

$x^2-4x+4=A$　と置くと，

与式$=A(A-10)+9=A^2-10A+9=(A-1)(A-9)=(x^2-4x+3)(x^2-4x-5)$

$=\underline{(x-1)(x-3)(x+1)(x-5)}$

（２）

$$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{4}}-\frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\left(\sqrt{5}+2\right)-\left(\sqrt{3}+2\right)+\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)=\underline{\sqrt{2}+\sqrt{5}}$$

（３）

$y=x^2-4x=(x-2)^2-4$ より，

$x=2$ で $\underline{\text{最小値}-4}$ をとり，$x=4$ で $\underline{\text{最大値}\ 0}$ をとる。

（４）

点数を小さい順に $x_1, x_2, \ldots, x_{16}$ と並べる。
まず，第 1 四分位数が 1.5 であることから，$x_4=1$，　$x_5=2$ となる。
よって　$\underline{a=3}$，　$b+c=6$
また，最頻値が 4 点であるから $c\geq 4,\ c>b$ が成り立つ。
中央値が 3 であるので $b>0$ である。
よって $c=4$ あるいは $c=5$ のいずれかとなるが，中央値が 3 となることから
$\underline{c=4,\quad b=2}$

（５）

$298=6\times n^2+4$
$6\times n^2=294$
$n^2=49$　　より，　$\underline{n=7}$

※	

受験番号

第２問

（１）

$\underline{a = 0,\quad b = 0}$

（２）

$P(-2) = -8a + 4b - 12 = 0$

$P(2) = 8a + 4b - 4 = -8$ より　　　$\underline{a = -1,\ b = 1}$

（３）

$\log_2 x^2 = 3(\log_2(3-2x)) \div (\log_2 8)$

$= 3 \cdot \frac{1}{3}\log_2(3-2x) = \log_2(3-2x)$ より，$x^2 = 3 - 2x$

よって，　$x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1) = 0$

また，真数は正なので，$0 < x < \frac{3}{2}$

以上より，$\underline{x = 1}$

（４）

$f'(x) = 3x^2 - 12ax = 3(x^2 - 4ax)$

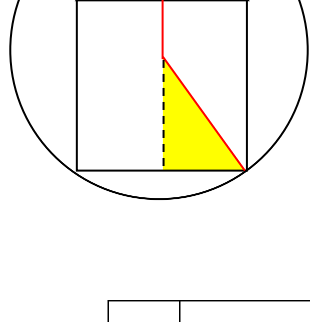
極値が得られる x の値は　$x = 0$，　4a　　　a も 0 も実数の一つである。

$\underline{a = 0 \text{ のとき 1 個，} \quad a \neq 0 \text{ のとき 2 個}}$

（５）

立体 V のうち，四角錐の高さは $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B の半径を r とすると，破線部の長さは $\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) - r$ となる。



$r^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) - r\right)^2 = \frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2}r - 2r + r^2$

$r = \frac{1}{2+\sqrt{2}}\left(\frac{7}{4} + \sqrt{2}\right) = \frac{6+\sqrt{2}}{8}$　　よって B の直径は $2r = \underline{\frac{6+\sqrt{2}}{4}}$

※	

受験番号						

第３問

（１）

$y = (x+1)^2 + 2$

（２）

$\left(\frac{-2+3}{2}, \frac{4+9}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{13}{2}\right)$

（３）

求める方程式の傾きは，線分 AB と直交するので -1 となる。これが点 B を通るので，

切片を k とすると

$9 = -1 \times 3 + k$　より，　$k = 12$

よって，求める方程式は $y = -x + 12$

（４）

求める面積を S とおくと，

$$S = \int_{-2}^{3} x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{3} = \frac{35}{3}$$

（５）

放物線上の点 $(\alpha，\alpha^2)$ における接線の方程式を　$y＝4x + n$ とする。

それから，$f(x) = x^2$ をおき，傾きを求めるために微分する。

$f'(\alpha) = 2\alpha = 4$ より，$\alpha = 2$　ゆえに，接点は $(2, 4)$ となる。

接点 $(2, 4)$ と点 $(4, 0)$ との長さを求めると　$r^2 = (4-2)^2 + (0-4)^2 = 20$

円の方程式は下のとおりとなる。$(x-4)^2 + y^2 = 20$

※	

受験番号						

第４問

（１）

$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29$ の 10 個

（２）

$$\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

（３）

2-3,　2-5,　2-7,　3-5 の計 4 組

（４）

（３）の組み合わせが出る確率は

$$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot 8 = \frac{8}{90} = \frac{4}{45}$$

求める確率は

$$1 - \frac{4}{45} = \frac{41}{45}$$

（５）

両端の 2 枚を除いた 8 枚のカードから 5 枚を並べると考えると

$${}_8\mathrm{P}_5 = 6720$$

※	

受験番号						

第５問

（１）

正弦定理より，$\frac{4\sqrt{6}}{\sin\angle\mathrm{ABC}}=\frac{8}{\sin 45°}$　　　　よって，$\sin\angle\mathrm{ABC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

∠ABC は鋭角なので，∠ABC= $\underline{60°}$

（２）

（１）より，$\angle\mathrm{BCA}=180°-45°-60°=75°$

加法定理を利用して，　　$\sin 75°=\sin(45°+30°)=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

よって，△ABC の面積 $S=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 4\sqrt{6}\cdot\sin 75°=\underline{24+8\sqrt{3}}$

（３）

θ は弧 CP の円周角に等しいので，∠PBC= θ

また，線分 BC は円 O の直径なので，$\angle\mathrm{BPC}=90°$

よって，$\angle\mathrm{PCD}=\theta+90°$ となり，$\angle\mathrm{PDC}=\underline{90°-2\theta}$

（４）

円の中心を O とし，求める接線を $y=ax+b$ とすると，

直線 OQ の傾きは，$-\frac{1}{\sqrt{3}}$

直線 OQ と求める接線は直交するので，$-\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot a=-1$ よって，$a=\sqrt{3}$

また，点 Q は $y=ax+b$ 上にあるので，$-2=2\sqrt{3}a+b$ よって $b=-8$

以上より，求める接線は $\underline{y=\sqrt{3}x-8}$

（５）

$$\underline{\begin{cases} x^2+y^2 \geqq 16 \\ y \geqq \sqrt{3}x-8 \\ y \leqq 0 \end{cases}}$$

※	