

令和 7 年度 一般入試（前期日程）

数 学
(90分)

解 答 例

注 意 事 項

- 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- この問題冊子は、表紙を含めて6ページあります。
- 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・汚れ、ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせてください。
- 解答用冊子の定められた欄に氏名及び受験番号を、監督員の指示に従って記入してください。
- 解答は、解答用冊子の定められたところに記入してください。
- 途中の計算過程及び考え方も記入してください。
- 色付きの紙1枚は下書き用紙です。
- 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

【出題意図】

出題範囲である数学 I、数学 A、数学 II の各科目に関して、計算能力、数学的知識についての理解の度合い、論理に基づく数学的論述能力を測るために、各分野から幅広く問題を出題した。

受験 番号						
----------	--	--	--	--	--	--

第1問

(1)

$$(3 + 2i)^3 = \underline{-9 + 46i}$$

(2)

解の1つが $\sqrt{3} + i$ なので、解のもう一つは $\sqrt{3} - i$ となる。
 $\{x - (\sqrt{3} + i)\}\{x - (\sqrt{3} - i)\} = x^2 - 2\sqrt{3}x + 4$
 よって、 $a = \underline{-2\sqrt{3}}$, $b = \underline{4}$

(3)

$y = -3x^2 + 12x + 12 = -3(x - 2)^2 + 24$ より、
 x 軸方向に -2 , y 軸方向に -32 だけ移動する必要がある。
 よって、 $a = \underline{-2}$, $b = \underline{-32}$

(4)

$x(x + 2) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8$ より、 $(x + 4)(x - 2) = 0$,
 $x = -4, 2$
 真数条件 $x > 0$, $x + 2 > 0$ と合わせて、 $x = \underline{2}$

(5)

(i)

中央値： $\frac{150+153}{2} = 151.5$
 第1四分位数： $\frac{127+131}{2} = 129$
 第3四分位数： $\frac{170+170}{2} = 170$

中央値： <u>151.5</u>	第1四分位数： <u>129</u>	第3四分位数： <u>170</u>
-------------------	--------------------	--------------------

(ii)

四分位範囲は、第3四分位数 - 第1四分位数 = $170 - 129 = 41$ であるので、
 「 $170 + 41 \times 1.5 = 231.5$ を超える」または「 $129 - 41 \times 1.5 = 67.5$ 未満」となる
 外れ値は 60, 240, 255 (秒)

受験 番号						
----------	--	--	--	--	--	--

第2問

(1)

$(x-p)(x-q) = x^2 - 6x + 3$ より, $pq = 3, p+q = 6$ となる。

よって, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{p+q}{pq} = \frac{6}{3} = \underline{2}$

(2)

かけて6になる整数の組を考えて,

$(x-2, y-3) = (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1), (-1, -6), (-2, -3), (-3, -2), (-6, -1)$ 。

これを解いて, $(x, y) = (3, 9), (4, 6), (5, 5), (8, 4), (1, -3), (0, 0), (-1, 1), (-4, 2)$ 。

x と y はいずれも正の整数なので, $(x, y) = \underline{(3, 9), (4, 6), (5, 5), (8, 4)}$

(3)

逆の命題: x が3の倍数または5の倍数 ならば x は15の倍数

真偽: 偽

(4)

$3 \cos \theta - 3 \sin(\pi - \theta) = -3(\sin \theta - \cos \theta) = 3\sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{3\pi}{4}\right)$

よって, $a = \underline{3\sqrt{2}}, b = \underline{\frac{3\pi}{4}}$

(5)

k 個の袋を作ったときに栗とみかんは余らないので, $\frac{840}{k}$ と $\frac{400}{k}$ はどちらも整数に

なり, k を最大にしたいので, k は840と400の最大公約数になる。

$840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7 = 40 \times 21$, $400 = 2^4 \times 5^2 = 40 \times 10$ より, k は40になる。

よって, 袋の数は40個, 栗の数は21個, みかんの数は10個である。

袋の数: 40 個

栗の数: 21 個

みかんの数: 10 個

(6)

グラフの最大値が $y = 1$, 最小値が $y = -1$ なので, $a = 1$ 。グラフの1周期が 2π なので, $b = 1$ 。グラフの最大値と最小値の中心が $y = 0$ なので, $d = 0$ 。

以上より, $y = \sin(x + c)$ になる。

$x = 0$ のときに $\frac{1}{\sqrt{2}} = \sin(0 + c)$ を満たせばよいので, 例えば $c = \frac{\pi}{4}, \frac{9}{4}\pi$ など。

a : 1

b : 1

c : $\frac{\pi}{4}, \frac{9}{4}\pi$ など

d : 0

受験 番号						
----------	--	--	--	--	--	--

第3問

(1)

$$4 \times 5 \times 3 \times 2 = \underline{120} \text{ 通り}$$

(2)

$$\text{主菜が1通りだけなので, } \frac{5 \times 3 \times 2}{4 \times 5 \times 3 \times 2} = \underline{\frac{1}{4}}$$

(3)

2人組が注文するレギュラー定食の組み合わせは、全部で 120×120 通りとなる。

2人組の片方が選んだレギュラー定食の組み合わせに対して、異なる組み合わせの

レギュラー定食は $3 \times 4 \times 2 \times 1 = 24$ 通りあるので、

$$\frac{24 \times 120}{120 \times 120} = \underline{\frac{1}{5}}$$

(4)

$${}_4C_2 \times {}_5C_2 \times 3 \times 2 = \underline{360} \text{ 通り}$$

(5)

$$\frac{(200 + 250 + 150 + 400)}{4} + \frac{(70 + 20 + 75 + 100 + 150)}{5} + \frac{(220 + 200 + 180)}{3} + \frac{(250 + 150)}{2}$$

$$= \underline{733} \text{ (kcal)}$$

受験 番号						
----------	--	--	--	--	--	--

第4問

(1)

正弦定理より, $\frac{4\sqrt{6}}{\sin \angle ABC} = \frac{8}{\sin 45^\circ}$ になるので,

$$\sin \angle ABC = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\angle ABC$ は鋭角なので, $\angle ABC = \underline{60^\circ}$

(2)

求める半径を R とすると, 正弦定理より $\frac{8}{\sin 45^\circ} = 2R$

よって, $R = \underline{4\sqrt{2}}$

(3)

(1)より, $\angle BCA = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ$ になるので,
加法定理を利用して

$$\cos 75^\circ = \cos (45^\circ + 30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \underline{\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}}$$

(4)

円の中心を O とし, 求める接線を $y = ax + b$ とすると, 直線 OP の傾きは $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

直線 OP と求める接線は直交するので, $-\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot a = -1$

よって, $a = \sqrt{3}$

また, 点 P は $y = ax + b$ 上にあるので, $-2 = 2\sqrt{3}a + b$

よって, $b = -8$

求める接線は $y = \underline{\sqrt{3}x - 8}$

(5)

角 θ は, 弧 CP の円周角に等しいので, $\angle PBC = \theta$

また, 線分 BC は円 O の直径なので, $\angle BPC = 90^\circ$

よって, $\angle PCD = \theta + 90^\circ$ となり, $\angle CDP = \underline{90^\circ - 2\theta}$

受験 番号						
----------	--	--	--	--	--	--

第5問

(1)

条件より $f(x) = x^3 + bx^2 + 3x + 2$ となる。

常に $f(x)$ が増加する条件は $f'(x) = 3x^2 + 2bx + 3 > 0$ なので、

判別式 $D = 4b^2 - 36 < 0$ を満たさなければならない。

よって、 $-3 < b < 3$

(2)

条件より $f'(x) = 3a^2x^2 + 2bx - 3a$ となる。

$$f'(3) = 27a^2 + 6b - 3a = 0$$

$$2b = -9a^2 + a$$

$$b = -\frac{9}{2}a^2 + \frac{a}{2}$$

(3)

条件より $f(x) = a^2x^3 + bx^2 - 8ax + 2$ となる。

$$f(1) = g(1) \text{ より } a^2 + b - 8a = -6 \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{また, } f'(1) = g'(1) \text{ より } 3a^2 + 2b - 8a = -3 \cdots \textcircled{2}$$

①と②の連立方程式を解くと、 $a = 1, -9$

さらに、条件 $a > 0$ なので、 $a = 1, b = 1$

(4)

条件より $f(x) = x^2 - 3x + 2$ となる。

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \text{ として解くと, } x = 1, 2$$

$1 \leq x \leq 2$ では $y \leq 0$ であるから、求める面積 S は

$$S = -\int_1^2 (x^2 - 3x + 2)dx = -\left[\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x\right]_1^2 = \underline{\frac{1}{6}}$$

(5)

条件より $f(x) = -2x + 2$ であるので、方程式は $y = -2x + 2$ とおける。

$x \geq 0, y \geq 0$ で、 xy に $y = -2x + 2$ を代入すると、

$$xy = x(-2x + 2) = -2x^2 + 2x$$

$$r(x) = xy \text{ とおくと, } r'(x) = -4x + 2 = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

ゆえに、 xy の最大値は $\frac{1}{2}$ 、そのときの x の値が $\frac{1}{2}$ 、 y の値が 1 となる。